Correction du DNB Session de Juin 2008

Activités numériques

Exercice 1

1. $(10 \times 3 + 10^2) \times 2 = (30 + 100) \times 2 = 130 \times 2 = 260$
2. Lorsque le nombre choisi est -5, on obtient :
   $(-5 \times 3 + (-5)^2) \times 2 = (-15 + 25) \times 2 = 10 \times 2 = 20$
   Lorsque le nombre choisi est $\frac{2}{3}$, on obtient :
   $$\left(\frac{2}{3}\times3+\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)\times2=\left(2+\frac{4}{9}\right)\times2=\left(\frac{18}{9}+\frac{4}{9}\right)\times2=\frac{22}{9}\times2=\frac{44}{9}$$
   Lorsque le nombre choisi est $\sqrt{5}$, on obtient :
   $$\left(\sqrt{5}\times3+\left(\sqrt{5}\right)^2\right)\times2=\left(3\sqrt{5}+5\right)\times2=10+6\sqrt{5}$$.
3. $(x \times 3 + x^2) \times 2 = 0$
   $x(x + 3) = 0$
   $x = 0$ ou $x + 3 = 0$
   $x = 0$ ou $x = -3$

Les valeurs possibles pour obtenir 0 sont -3 et 0.

Exercice 2 :

Pour $a = 2$, on a : $2a^2 - 3a - 5 = 2 \times 2^2 - 3 \times 2 - 5 = 2 \times 4 - 3 \times 2 - 5 = 8 - 6 - 5 = -3$, qui est différent de 1, donc 2 n'est pas solution de $2a^2 - 3a - 5 = 1$

Exercice 3 :

On a : $\frac{1}{4}=\frac{3}{12}$, $\frac{1}{3}=\frac{4}{12}$. Donc les points A, B et C sont dans cet ordre en suivant le sens de parcours de l'axe.

$$BA=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{4}{12}-\frac{3}{12}=\frac{1}{12}$$

$$CB=\frac{5}{12}-\frac{1}{3}=\frac{5}{12}-\frac{4}{12}=\frac{1}{12}$$

Donc les points A, B et C sont bien régulièrement espacés sur l'axe.

Exercice 4 :

Soit x le prix d'un kilogramme de vernis et y celui d'un litre de cire :

$$\begin{cases} 6x+4y=95 \\ 3x+3y=55,5 \end{cases}$$

On multiplie la deuxième équation par -2, on obtient : $\begin{cases} 6x+4y=95 \\ -6x-6y=-111 \end{cases}$.

En ajoutant membre à membre, on obtient : $-2y = -16$, d'où $y = 8$.
En injectant cette valeur dans la première équation, par exemple, on obtient : $6x + 4 \times 8 = 95$, d'où : $6x = 63$ et donc $x = 10,5$.
Donc si un couple $(x ; y)$ est solution, alors $x = 10,5$ et $y = 8$.
Vérification : Pour $x = 10,5$ et $y = 8$, on a :
$6x + 4y = 6 \times 10,5 + 4 \times 8 = 63 + 32 = 95$
$3x + 3y = 3 \times 10,5 + 3 \times 8 = 31,5 + 24 = 55,5$
Donc le prix d'un kilogramme de vernis est de 10,50 € et d'un litre de cire de 8 €.

Activités géométriques

Exercice 1

1. Comme ABCD est un parallélogramme, $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$.
2. Le volume d'un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 6 cm est : $\pi\times3^2\times6=54\pi\ \text{cm}^3$.
3. L'angle inscrit mesure la moitié de l'angle au centre interceptant le même arc, donc l'angle inscrit mesure 17°.
4. SABCD étant une pyramide à base carrée, ABCD est un carré, et donc ABC est un triangle rectangle isocèle.

Exercice 2

1. Les droites (EB) et (FC) sont sécantes en A et les droites (EF) et (BC) sont parallèles, donc d'après le théorème direct de Thalès, on a : $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}=\frac{EF}{BC}$, d'où $BC=EF\times\frac{AB}{AE}=4{,}8\times\frac{5}{3}=1{,}6\times5=8$.
2. Tracé en vrai grandeur à faire.
3. On a : $\frac{AK}{AC}=\frac{2{,}6}{6{,}5}=\frac{2}{5}$ et $\frac{AG}{AB}=\frac{2}{5}$, d'où : $\frac{AK}{AC}=\frac{AG}{AB}$.
   De plus les points B, A et G d'une part, et les points C, A et K d'autre part sont alignés dans le même ordre.
   Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, on a : (KG)//(BC).
4. [BC] étant le côté le plus long du triangle ABC, si ce triangle est rectangle il ne peut l'être qu'en A.
   $BC^2 = 8^2 = 64$.
   $AB^2 + AC^2 = 5^2 + 6{,}5^2 = 25 + 42{,}25 = 67{,}25$
   D'où $BC^2\neq AB^2+AC^2$ et donc d'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle ABC n'est pas rectangle.
   Donc les droites (AC) et (AB) ne sont pas perpendiculaires.

Problème

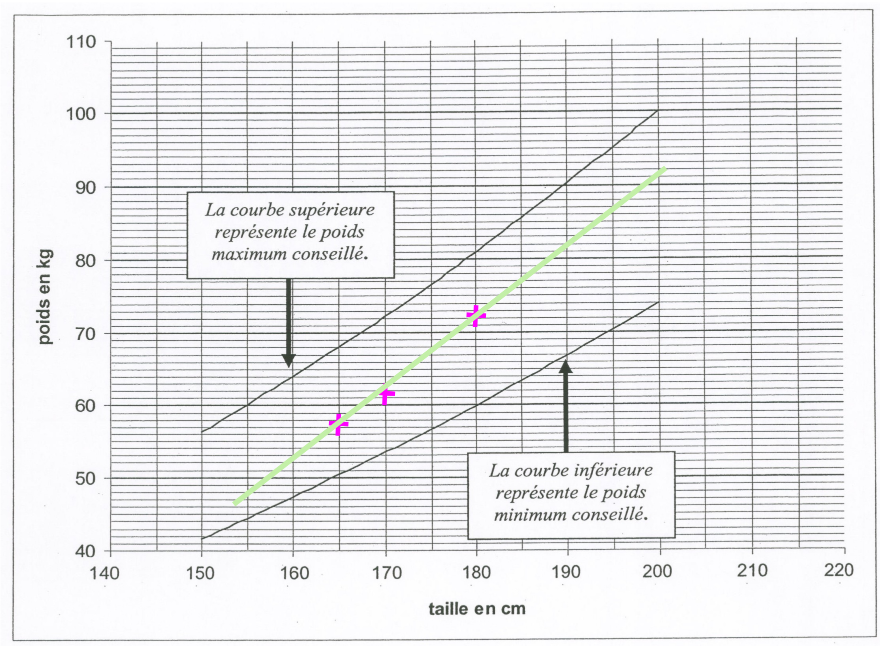
Partie I

1. Pour une personne mesurant 180 cm, le poids minimum conseillé est de 60 kg et le poids maximum conseillé est de 81 kg.
2. Pour 165 cm le poids maximum conseillé est de 68 kg. Donc une personne ayant cette taille et pesant 72 kg est en surpoids de 4 kg.
3. Une personne pesant 72 kg doit avoir sa taille supérieure à 169 cm pour avoir un poids inférieur au poids maximum conseillé pour sa taille.

Partie II

1. $p(160)=160-100-\frac{160-150}{4}=60-2{,}5=57{,}5$ kg

   $p(165)=165-100-\frac{165-150}{4}=65-3{,}25=61{,}75$ kg $p(180)=180-100-\frac{180-150}{4}=80-7{,}5=72{,}5$ kg



2. $p(t)=t-100-\frac{t-150}{4}=t-100-0{,}25t+37{,}5=0{,}75t-62{,}5$, qui est une fonction affine, dont la représentation graphique est une droite.
3. $p(170)=170-100-\frac{170-150}{4}=70-5=65$ kg . Cette personne pèse donc $65\times1{,}1=71{,}5$ kg. Elle n'est donc pas en surpoids, puisqu'une personne est en surpoids dès qu'elle pèse plus de 172 cm.